

INSPECTORATUL SCOLAR JUDETEAN MURES
SOCIETATEA DE STIINTE MATEMATICE DIN ROMANIA
FILIALA MURES

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA

23.01.2010

Clasa a V-a

BAREM DE EVALUARE

SUBIECTUL I

- Oficiu 1 punct
- a) Culegerea are $240 : 30 = 8$ capitole 2 puncte
- b) Un capitol are cel puțin 10 imagini, deci numărul cel mai mic de figuri geometrice este $8 \cdot 10 = 80$ imagini .. 2 punct
- Numerele paginilor sunt consecutive $\Rightarrow x + (x + 1) = 291$
- Finalizare: pe pagina din dreapta este numărul 146 1 punct
- c) 612 cifre 1 punct

SUBIECTUL II

- Oficiu 1 punct
- $\overline{ab} \leq 2(a + b) \Rightarrow 10a + b \leq 2a + 2b \Rightarrow 8a \leq b \Rightarrow a = 1; b = 8 \text{ sau } b = 9 \Rightarrow A = \{18; 19\}$ 4 puncte
- Se verifică dacă elementele lui A aparțin lui B . Rezultă că $A \cap B = \emptyset$ și $A \setminus B = \{18; 19\}$ 2 puncte

SUBIECTUL III

- Oficiu 1 punct
- Notăm $u(A)$ ultima cifră a lui A .
- Avem $u(A) = u(2006^{2009}) + u(2007^{2008}) + u(2008^{2007}) + u(2009^{2006}) = u(6^{2009}) + u(7^{2008}) + u(8^{2007}) + u(9^{2006}) =$ 1 punct
- $U(6+1+2+1) = 0$. Dacă $u(A) = 0$, atunci numărul are ca divizor pe 10. 5 puncte

SUBIECTUL IV

- Oficiu 1 punct
- Fie $N = \overline{abc}$. Atunci nr. de 2 cifre sunt $\overline{aa}, \overline{bb}, \overline{cc}, \overline{ab}, \overline{ba}, \overline{ac}, \overline{ca}, \overline{bc}, \overline{cb}$
- Rezultă că $\overline{abc} = 33(a+b+c)$ 2 puncte
- $\Rightarrow 3 \mid (a+b+c) \Rightarrow 99 \mid \overline{abc}$ 1 punct
- $\Rightarrow 9 \mid (a+b+c) \Rightarrow$ 1 punct
- $a+b+c \in \{9, 18, 27\} \Rightarrow$ 1 punct
- $\overline{abc} \in \{297, 594, 891\} \Rightarrow \overline{abc} = 594$ 1 punct

NOTA

Orice alta rezolvare corecta se evalueaza cu maxim de puncte.

www.mategl.com

INSPECTORATUL SCOLAR JUDETEAN MURES
SOCIETATEA DE STIINTE MATEMATICE DIN ROMANIA
FILIALA MURES

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA
23.01.2010
BAREM DE EVALUARE
Clasa a VI-a

SUBIECTUL I

Oficiu

1 punct

$$\overline{kkx} = 10^2 \cdot x + 10 \cdot k + x = 101 \cdot x + 10 \cdot k \quad k = \overline{1,9}$$

$$\frac{101 \cdot x + 10 + 101 \cdot x + 20 + \dots + 101 \cdot x + 90}{101 \cdot x + 50} = \frac{9 \cdot 101 \cdot x + 10 \cdot (1 + 2 + \dots + 9)}{101 \cdot x + 50} =$$

4 puncte

$$= \frac{9 \cdot 101 \cdot x + 10 \cdot \frac{9 \cdot 10}{2}}{101 \cdot x + 50} = \frac{9 \cdot 101 \cdot x + 9 \cdot 50}{101 \cdot x + 50} = \frac{9 \cdot (101 \cdot x + 50)}{(101 \cdot x + 50)} = 9 = 3^2$$

2 puncte

SUBIECTUL II

Oficiu

1 punct

$$94 = n \cdot c_1 + r \quad (1)$$

$$126 = n \cdot c_2 + r \quad (2)$$

$$174 = n \cdot c_3 + r \quad (3)$$

1 punct

$$(2) - (1) \Rightarrow n \cdot (c_2 - c_1) = 32$$

$$(3) - (2) \Rightarrow n \cdot (c_3 - c_2) = 48$$

$$(3) - (1) \Rightarrow n \cdot (c_3 - c_1) = 80$$

2 puncte

$\Rightarrow n$ este divizor comun al numerelor 32, 48 și 80.

1 punct

Calculând (32, 48, 80) obținem 16.

1 punct

Îndeplinesc condițiile problemei toți divizorii lui 16 care au două cifre, adică 16. \Rightarrow restul este egal cu 14.

1 punct

SUBIECTUL III

Oficiu

1 punct

a) Semidreptele (OE și (OA opuse $\Rightarrow m(\angle AOE) = 180^\circ$

$(OD \perp (OB \Rightarrow m(\angle BOD) = 90^\circ \Rightarrow$

1 punct

$m(\angle AOB) + m(\angle EOD) = 90^\circ$

$m(\angle DOE) = 9m(\angle AOB) \Rightarrow m(\angle AOB) = 9^\circ$ și $m(\angle DOE) = 81^\circ$

$\Rightarrow m(\angle COD) = 9^\circ$

2 puncte

b) (OF este bisectoarea unghiului $\angle EOD \Rightarrow m(\angle DOF) = 40,5^\circ$

(OM este bisectoarea unghiului $\angle DOC \Rightarrow m(\angle DOM) = 4,5^\circ$

2 puncte

$\Rightarrow m(\angle MOF) = 45^\circ$

1 punct

SUBIECTUL IV

Oficiu

1 punct

Din ipoteză $7 \nmid x+4y$. Dar $7 \nmid 7x+7y$

1 punct

și atunci $7 \nmid (7x+7y) - (x+4y)$, adică $7 \nmid 6x+3y$ sau $7 \nmid 3(2x+y)$.

2 puncte

Cum 7 nu divide pe 3 rezultă $7 \nmid 2x+y$.

2 puncte

$\frac{x+4y}{2x+y}$

În concluzie fracția $\frac{x+4y}{2x+y}$ se simplifică prin 7, deci este reductibilă.

1 punct

NOTA Orice alta rezolvare corecta se evalueaza cu maxim de puncte.

INSPECTORATUL SCOLAR JUDETEAN MURES
SOCIETATEA DE STIINTE MATEMATICE DIN ROMANIA
FILIALA MURES

OLIMPIADA DE MATEMATICA

FAZA LOCALA

23.01.2010

BAREM DE EVALUARE

Clasa a VII-a

SUBIECTUL I

- Oficiu 1 punct
- a) $\sqrt{abc + bca + cab} = \sqrt{111(a+b+c)} \in Q \Rightarrow a+b+c = 111$ fals,
 deoarece $\max(a+b+c)=27$. 2 puncte
- b) $3\sqrt{a, (bc) + b, (ca) + c, (ab)} = \overline{ab} \Rightarrow 3\sqrt{\frac{110(a+b+c)}{99}} = \overline{ab} \Rightarrow \sqrt{10(a+b+c)} = \overline{ab}$ 2 puncte
- $\max(a+b+c) = 27 \Rightarrow a+b+c = 10$ 1 punct
- Deci $10 = \overline{ab} \Rightarrow a=1, b=0, c=1 \Rightarrow \overline{abc} = 109$ 1 punct

SUBIECTUL II

- Oficiu 1 punct
- a) Fie M a.î. $EM \parallel AC$ și $GM \parallel AB$. În $\triangle EMG$, $AE \perp AB \Rightarrow AE \perp MG(1)$; $AG \perp AC \Rightarrow AG \perp ME(2)$. 1 puncte
- Din 1,2 \Rightarrow A ortocentru $\triangle EMG \Rightarrow MA \perp EG$, $AA' \perp EG \Rightarrow M \in AA'$. 1 punct
- b) Fie $BB' \perp AA'$, $B' \in AA'$ și $CC' \perp AA'$, $C' \in AA'$.
 $\triangle ABB' \equiv \triangle EAA'(I.U) \Rightarrow AA' \equiv BB'$ 1 punct
- $\triangle AA'G \equiv \triangle CC'A(I.U) \Rightarrow AA' \equiv CC'$ 1 punct
- $\Rightarrow BB' \equiv CC'$ 1 punct
- c) Fie $AA' \cap BC = \{P\}$. $\triangle CC'P \equiv \triangle BB'P(C.U) \Rightarrow CP \equiv PB \Rightarrow AA'$ mediana 1 punct

SUBIECTUL III

- Oficiu 1 punct
- a). PN este linie mijlocie în triunghiul ABC, deci $PN \parallel BC$
 $D, M \in BC$, deci $PN \parallel DM$, deci PDMN este trapez 1 punct
- MN este linie mijlocie în triunghiul ABC, deci
 $MN = AB/2$ (1) 1 punct
- DP este mediană în triunghiul ABD (dreptunghic), deci $DP = AB/2$ (2)
 Din (1) și (2) rezultă $MN = DP$, deci trapezul PDMN este isoscel 1 punct
- b). PT este linie mijlocie în triunghiul AHB, deci $PT \parallel BH$ 1 punct
- PM este linie mijlocie în triunghiul ABC, deci $PM \parallel AC$ 1 punct
- Dar $AC \perp BH$, deci $PT \perp PM$ 1 punct

SUBIECTUL IV

- Oficiu 1 punct
- Observand ca y număr natural avem
- $\frac{2y+1}{3y+1} < 1 \Rightarrow \frac{z^2+1}{3z+1} < 1 \Rightarrow z^2+1 < 3z+1$ sau $z(z-3) < 0 \Rightarrow z \in \{1;2\}$ 4 puncte
- Pentru $z=1$, obținem $y=-1$, care nu este număr natural. Pentru $z=2$ obținem $y=2$ și $x=1$. 2 puncte

NOTA

Orice alta rezolvare corecta se evalueaza cu maxim de puncte.

INSPECTORATUL SCOLAR JUDETEAN MURES
SOCIETATEA DE STIINTE MATEMATICE DIN ROMANIA
FILIALA MURES

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA

23.01.2010

BAREM DE EVALUARE

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL I

Oficiu

1 punct

Aplicăm inegalitatea mediilor și obținem:

$$\frac{x+2}{2} \geq \sqrt{2x} \Leftrightarrow x+2 \geq 2\sqrt{2x}, x > 0$$

2 puncte

Analog: $2y+3 \geq 2\sqrt{6y}, y > 0, 3z+4 \geq 2\sqrt{12z}, z > 0.$

2 puncte

Înmulțind relațiile membru cu membru obținem relația cerută.

2 puncte

SUBIECTUL II

Oficiu

1 punct

$$-3 \leq x \leq 6 \Rightarrow 0 \leq x+3 \leq 9$$

1 punct

$$\sqrt{x+12+6\sqrt{x+3}} + \sqrt{x+12-6\sqrt{x+3}} = 6 \Leftrightarrow |\sqrt{x+3}+3| + |\sqrt{x+3}-3| = 6$$

2 puncte

Explicare modul

2 punct

$$x+3=36 \Rightarrow x=33$$

1 puncte

SUBIECTUL III

Oficiu

1 punct

a) Se scrie pe rand t. lui Pit. în triunghiurile MPA, MPC, PAE, PCE, AEB, CEB.

2 puncte

$$b) (t3 \perp \text{ și } tr3 \perp) \Rightarrow d(P, (MBC)) = PT = \frac{PM \cdot PQ}{MQ} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

4 puncte

SUBIECTUL IV

Oficiu

1 punct

$$\text{Aratam ca } \frac{BT}{BC} \cdot \frac{CQ}{QD} \cdot \frac{DP}{PT} = 1 \Leftrightarrow B, P, Q \text{ coliniare}$$

1 punct

$$T. \text{ Catetei in DTA pt. AD si AT} \Rightarrow \frac{DP}{PT} = \frac{AD^2}{AT^2}$$

1 punct

$$T. \text{ catetei in DAC} \Rightarrow \frac{CQ}{QD} = \frac{AC^2}{AD^2}$$

1 punct

$$\text{Deci } \frac{BT}{BC} \cdot \frac{CQ}{QD} \cdot \frac{DP}{PT} = \frac{BT \cdot AC^2}{BC \cdot AT^2}$$

1 punct

$$T \in \text{mediat.}[AB], \Delta ABC \approx \Delta TAB \Rightarrow AC^2 = BT \cdot BC$$

1 punct

Finalizare

1 punct

NOTA

Orice alta rezolvare corecta se evalueaza cu maxim de puncte.